

Rechnen mit Messwerten

Messwerte sind grundsätzlich Werte mit einer bestimmten Unsicherheit, also einer eingeschränkten Genauigkeit. Sie ist durch das Messverfahren, mit dem der Messwert gewonnen wurde, bestimmt.

Messwerte oder Ergebnisse von Berechnungen mit Messwerten sind deshalb nur so genau anzugeben, als es die Genauigkeit des Messverfahrens erlaubt, mit dem die Messwerte erhalten wurden.

Beim Rechnen mit Messwerten ist die Kenntnis einiger Fachausdrücke und Vereinbarungen von Bedeutung. Dies sind die **signifikanten Ziffern** und das **Runden**.

Signifikante Ziffern

Unter den signifikanten Ziffern versteht man die Ziffern eines Messwertes oder Rechenergebnisses, die berücksichtigt werden müssen und nicht weggelassen werden dürfen.

Man bezeichnet sie deshalb auch als zu *berücksichtigende Ziffern* oder als *geltende Ziffern*.

Der Messwert eines bestimmten Messgerätes wird mit einer bestimmten Ziffernzahl angezeigt oder kann mit einer bestimmten Ziffernzahl abgelesen werden. Diese Ziffern sind die signifikanten Ziffern des Messwertes.

Die verschiedenen Messgeräte ergeben Messwerte mit unterschiedlich vielen signifikanten Ziffern.

Beispiel:

Laborwaage:

$$m = \underline{175,6} \text{ g}$$

vier signifikante
Ziffern

Analysenwaage:

$$m = \underline{74,2140} \text{ g}$$

sechs signifikante
Ziffern

Bürette:

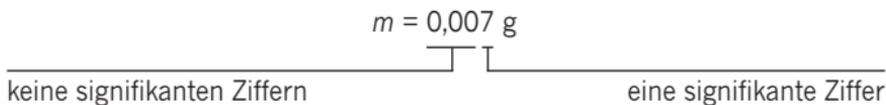
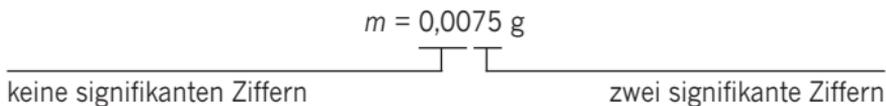
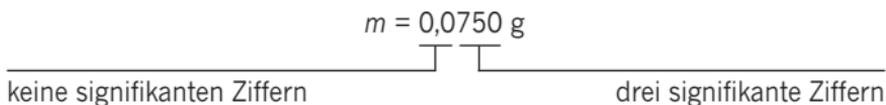
$$V = \underline{8,36} \text{ mL}$$

drei signifikante
Ziffern

Besondere Aufmerksamkeit ist der Ziffer Null (0) in Dezimalzahlen zu schenken. Die Nullen am Ende einer Dezimalzahl gehören zu den signifikanten Ziffern. Die am Anfang einer Zahl stehenden Nullen sind keine signifikanten Ziffern.

Beispiel:

Laborwaage:



Die Anzahl der signifikanten Ziffern eines Messwertes darf nicht durch Anhängen einer Null oder durch Weglassen einer Null am Ende verändert werden.

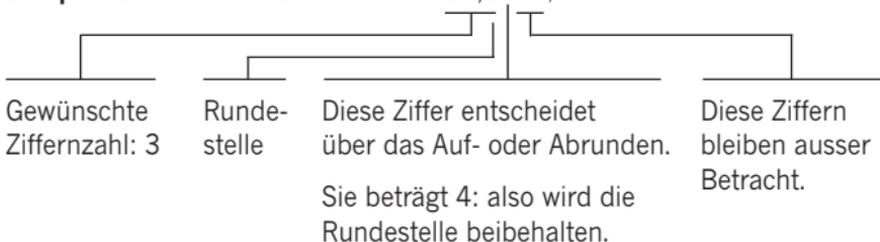
Beispiel:

Der Messwert einer Laborwaage (mit 0,1 g-Anzeige), der z.B. mit 175,6 g angezeigt wird, darf nicht als $m = 175,60 \text{ g}$ geschrieben werden oder der Messwert einer Analysenwaage (mit 0,1 mg-Anzeige), der z.B. mit 74,2140 g angezeigt wird, darf nicht als $m = 74,214 \text{ g}$ angegeben werden.

Runden

Beim Runden wird die Stellenzahl einer rechnerisch ermittelten, viestelligen Dezimalzahl auf eine gewünschte Stellenzahl verringert. Man unterscheidet aufrunden und abrunden. Liegt der Zahlenwert der Ziffer nach der Rundestelle zwischen 0 und 4, dann wird der Rundestellenwert beibehalten, d.h. es wird **abgerundet**.

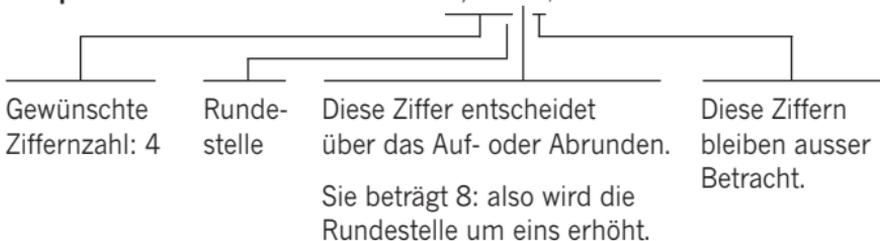
Beispiel: Zu rundende Zahl: **24,2469**; auf 3. Stelle von links



Die gerundete Zahl lautet: $\approx 24,2$

Wenn der Zahlenwert der Ziffer nach der Rundestelle zwischen 5 und 9 beträgt, dann wird der Rundestellenwert um eins erhöht, also wird **aufgerundet**.

Beispiel: Zu rundende Zahl: **9,37481**; auf 4. Stelle von links



Die gerundete Zahl lautet: $\approx 9,375$

Das gerundete Ergebnis wird durch ein Rundungszeichen \approx gekennzeichnet.

Rechnen mit Messwerten ohne angegebene Unsicherheit

Bei Messwerten ohne angegebene Unsicherheit (Genauigkeit) wird angenommen, dass die vorletzte Stelle des Zahlenwertes sicher (genau) ist, während die letzte Stelle als unsicher (ungenau) anzusehen ist.

Beim Rechnen mit Messwerten ohne angegebene Unsicherheit müssen einige Regeln beachtet werden.

Addieren und Subtrahieren

Beim **Addieren und Subtrahieren** von Messwerten mit unterschiedlichen **Nachkommastellen** (Dezimalstellen) darf das Ergebnis nur mit so vielen Nachkommastellen angegeben werden, wie der Messwert mit der geringsten Zahl von Nachkommastellen besitzt.

Beispiel:

Es werden 3 Stoffportionen gemischt, deren Massen auf unterschiedlichen Waagen bestimmt wurden:

$$m_1 = 158,4 \text{ g}, m_2 = 16,38 \text{ g}, m_3 = 2,4072 \text{ g}.$$

$$\begin{array}{r} 158,4 \text{ g} \\ 16,38 \text{ g} \\ \underline{2,4072 \text{ g}} \\ 177,1872 \text{ g} \end{array}$$

Welches Ergebnis kann angegeben werden?

Lösung:

Rein rechnerisch ergibt sich der Zahlenwert $m = 177,1872 \text{ g}$. Das Ergebnis darf jedoch nur mit **einer** Nachkommastelle angegeben werden.

Aufgerundet lautet das Ergebnis **$m = 177,2 \text{ g}$** .

Multiplizieren und Dividieren

Beim **Multiplizieren und Dividieren** von Messwerten mit unterschiedlicher **Ziffernzahl** ist das Ergebnis nur mit so vielen Ziffern anzugeben, wie der Messwert mit der kleinsten Anzahl signifikanter Ziffern besitzt.

Beispiel:

Welche Masse haben 50,0 mL Schwefelsäure, deren Dichte zu $\rho = 1,203 \text{ g/mL}$ bestimmt wurde?
Geben Sie die Masse mit der richtigen Anzahl an Ziffern an.

Lösung:

$\rho = m/V \rightarrow m = V \cdot \rho$; Rein rechnerisch ergibt sich

$$m = 50,0 \text{ mL} \cdot 1,203 \text{ g/mL} = 60,150 \text{ g.}$$

Die Volumenmessgrösse 50,0 mL hat mit 3 signifikanten Ziffern gegenüber der Dichte mit 4 signifikanten Ziffern die geringere Genauigkeit. Das Ergebnis ist deshalb nur mit 3 signifikanten Ziffern anzugeben. Das Rechenergebnis wird in der 3. Ziffer aufgerundet und lautet: **$m = 60,2 \text{ g}$** .