

# Brüche

---

Bruch  $\frac{3}{4}$

3 = **Zähler**; er zählt die Teile  
4 = **Nenner**; er nennt die Aufteilung  
des Ganzen.

Jeder Bruch ist eine Division.

$$\frac{3}{4} = 3 \text{ durch } 4 = 3 : 4$$

## Brucharten

### Echter Bruch

$$\frac{6}{7}$$

Zähler < Nenner

### Unechter Bruch

$$\frac{7}{5}, \frac{5}{5}$$

Zähler  $\geq$  Nenner

### Scheinbruch

$$\frac{12}{4}, \frac{4}{4}$$

Scheinbrüche sind spezielle unechte  
Brüche; die Division von Zähler durch  
Nenner ergibt eine ganze Zahl.

### Gemischte Zahl

$$2\frac{3}{4}$$

Die gemischte Zahl besteht aus einer  
ganzen Zahl und einem Bruch.

### Doppelbruch

$$\frac{\frac{1}{4}}{3}, \frac{2}{\frac{5}{7}}, \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}$$

Der Zähler, der Nenner oder beide sind  
Brüche.

---

## Umwandlung der Brucharten

### Ganze Zahl in Scheinbruch

$$1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \dots$$

$$2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \dots$$

### Gemischte Zahl in unechten Bruch

$$4\frac{3}{8} = \frac{35}{8}$$

Die ganze Zahl wird mit dem gegebenen Nenner in einen Scheinbruch umgewandelt ...

$$4 \cdot \frac{8}{8} = \frac{32}{8}$$

$$\frac{32}{8} + \frac{3}{8} = \frac{35}{8}$$

... und zum Bruch addiert (siehe Addition und Multiplikation).

### Unechter Bruch in gemischte Zahl

$$\frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$$

$$17 : 4 = 4, \text{ Rest } 1$$

Die Division des Bruchs ergibt die ganze Zahl, der Rest den Zähler des Bruchs.

### Dezimalzahl in Bruch

$$0,875 = \frac{875}{1000}$$

Aufgrund der Anzahl Stellen nach dem Komma wird durch die entsprechende 10er-Potenz dividiert.

### Bruch in Dezimalzahl

$$\frac{5}{6} = 5 : 6 = 0,8\bar{3}$$

Der Zähler des Bruchs wird durch seinen Nenner dividiert.

---

## Doppelbruch in Bruch

$$\frac{\frac{7}{3}}{\frac{4}{5}} = \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{4}$$

Der Doppelbruch wird umgewandelt, indem der Zähler mit dem **Kehrwert** des Nenners (reziproker Wert) multipliziert wird.

## Kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)

$$\frac{5}{24} + \frac{1}{21} + \frac{3}{8} + \frac{1}{6} = \frac{134}{168}$$

Bei Addition und Subtraktion von Brüchen unterschiedlicher Nenner sind diese in Brüche gleicher Nenner (gleichnamige Brüche) umzuwandeln.

Das kgV ist die kleinste Zahl, welche durch sämtliche Zahlen einer Zahlengruppe teilbar ist. Es errechnet sich aus allen beteiligten Nennern, durch Zerlegung in ihre **Primzahlfaktoren**.

Primzahlen sind nur durch 1 und sich selber teilbar:  
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 usw.

Zerlegung aller Nenner in Primzahlfaktoren.

Alle Primzahlfaktoren der verschiedenen Nenner müssen im kgV enthalten sein.

$$24, \quad 21, \quad 8, \quad 6$$

$$\begin{array}{l} 24 = \textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot \textcircled{3} \\ 21 = \phantom{\textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot} 3 \cdot \textcircled{7} \\ 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ 6 = \phantom{\textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot} 2 \cdot 3 \\ \hline \textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot \textcircled{3} \cdot \textcircled{7} \end{array}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 168$$

Das kgV wird durch Multiplikation dieser Primzahlfaktoren berechnet.

$$\frac{35}{168} + \frac{8}{168} + \frac{63}{168} + \frac{28}{168} = \frac{134}{168}$$

Der neue Nenner der Brüche entspricht dem kgV.

Die Zähler wurden dementsprechend erweitert (siehe Erweitern).

### Erweitern

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$$

$$\frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{8}{10}$$

Der Bruch wird erweitert, indem Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl (siehe kgV) multipliziert werden. Der Wert des Bruches bleibt gleich.

### Grösster gemeinsamer Teiler (ggT)

$$\frac{528}{360} = \frac{22}{15}$$

Mit dem ggT lassen sich Brüche auf ihre kleinst mögliche Form kürzen.

$$\frac{528}{360} = \frac{\textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot 2 \cdot \textcircled{3} \cdot 11}{\textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot \textcircled{2} \cdot 3 \cdot \textcircled{3} \cdot 5}$$

Zähler und Nenner werden in ihre **Primzahlfaktoren** zerlegt.

$$\textcircled{2} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{3}$$

Gemeinsame Primzahlen.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$$

Der ggT wird durch Multiplikation der gemeinsamen Primzahlfaktoren berechnet.

$$\frac{528 : 24}{360 : 24} = \frac{22}{15}$$

Zähler und Nenner werden durch den ggT geteilt.

### Kürzen

$$\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{6 : 2}{16 : 2} = \frac{3}{8}$$

Der Bruch wird gekürzt, indem Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl (siehe ggT) dividiert werden. Der Wert des Bruches bleibt gleich.

---

## Addition und Subtraktion

### Gleichnamige Brüche

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

Brüche gleicher Nenner werden addiert oder subtrahiert, indem die Zähler addiert oder subtrahiert werden und der Nenner beibehalten wird.

### Ungleichnamige Brüche

$$\frac{23}{24} - \frac{3}{8} + \frac{11}{20} = \frac{136}{120}$$

$$\frac{115}{120} - \frac{45}{120} + \frac{66}{120} = \frac{136}{120}$$

Brüche verschiedener Nenner werden durch Erweitern mittels des kgV gleichnamig gemacht, dann erfolgt die Berechnung wie bei den gleichnamigen Brüchen.

## Multiplikation

### Echte und unechte Brüche

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{8}{7} = \frac{32}{35}$$

$$\frac{4 \cdot 8}{5 \cdot 7} = \frac{32}{35}$$

Bei Brüchen werden Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

### Ganze Zahl mit Bruch

$$7 \cdot \frac{3}{10} = \frac{21}{10}$$

$$\frac{7 \cdot 3}{1 \cdot 10} = \frac{21}{10}$$

Die ganze Zahl wird in einen Scheinbruch umgewandelt.

---

## Gemischte Zahl mit Bruch

$$5\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{111}{35}$$

$$\frac{37 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{111}{35}$$

Die gemischte Zahl wird in einen unechten Bruch umgewandelt.

## Doppelbruch mit Bruch

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{7}} \cdot \frac{1}{3} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{3 \cdot 7 \cdot 1}{4 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$$

Der Doppelbruch wird umgewandelt, indem der Zähler mit dem **Kehrwert** des Nenners (reziproker Wert) multipliziert wird.

## Division

$$4\frac{3}{7} : 5 = \frac{31}{35}$$

$$\frac{31 \cdot 1}{7 \cdot 5} = \frac{31}{35}$$

Die Division wird durch Umkehrung des Divisors (reziproker Wert) zur Multiplikation.